

Vorname	Name	Matrikelnummer
Reihe	Platz	Unterschrift

(Unterschrift)

- Vor der Prüfung ist diese Seite mit Vornamen, Namen, Matrikelnummer, Reihe und Platz **leserlich mit Druckbuchstaben** zu versehen und zu unterschreiben.
- Bitte **nicht** in *roter* oder *grüner* Farbe bzw. **nicht** mit Bleistift schreiben.
- Der Studentenausweis und ein amtlicher Lichtbildausweis sind bereit zu halten.
- Die reine Bearbeitungszeit beträgt **120 Minuten**.
- Es sind insgesamt 40 Punkte zu erreichen, zum Bestehen sind 17 Punkte nötig.

Vorzeitig abgegeben um

	Hz	A1	A2	A3	A4	A5	Σ
Erstkorrektur							
Nachkorrektur							
Zweitprüfer							

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gegeben seien $s_1 = \text{TACGG}$, $s_2 = \text{ACTGG}$, $s_3 = \text{ATGG}$ und $s_4 = \text{ATGGC}$. Konstruiere für diese Sequenzen ein mehrfaches Alignment mit Hilfe der Center-Star-Methode.

Hierbei gilt $w(a, b) = 1$ und $w(a, a) = 0$ für alle $a \neq b \in \overline{\Sigma}$.

Lücken sollen dabei wiederverwendet werden.

d	s_1	s_2	s_3	s_4
s_1	0	2	2	3
s_2	2	0	1	2
s_3	2	1	0	1
s_4	3	2	1	0

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Betrachte die Sequenzen $s_1 = \text{CAT}$, $s_2 = \text{ATA}$ und $s_3 = \text{TCA}$. Berechne die C -optimalen Schnittpositionen mit Respekt zu $c_1 = 1$ und die daraus resultierenden mehrfachen Alignments gemäß des Divide-and-Conquer-Alignment-Algorithmus, wobei nach der **ersten** Rekursion bereits jeweils ein optimales Alignment für die jeweiligen Präfixe bzw. Suffixe berechnet wird.

Für die Kostenfunktion des SP-Distanzmaßes gelte $w(a, a) = 0$ und $w(a, b) = 1$ für alle $a \neq b \in \bar{\Sigma}$.

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Bestimme für die folgenden Blöcke von Sequenzen die zugehörigen Häufigkeiten $H(a, b)$ für die BLOSUM50-Matrix.

$$s_1^{(1)} = \text{ACCCA}$$

$$s_2^{(1)} = \text{ABACA}$$

$$s_3^{(1)} = \text{CBABA}$$

$$s_4^{(1)} = \text{ACABB}$$

$$s_1^{(2)} = \text{CBBCACBAC}$$

$$s_2^{(2)} = \text{CCBCABCAA}$$

$$s_3^{(2)} = \text{BCBBABBAB}$$

$$s_4^{(2)} = \text{CBACABBBA}$$

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Sei $Z_n \in \{0, 1\}$ eine Zufallsvariable, die den Ausgang des n -ten Wurfs einer Münze beschreibt (wobei die beiden Ausgänge gleichwahrscheinlich sind).

Betrachte $X_0 := 2 \cdot Z_0$ und für $n > 0$

$$X_n := 3 \cdot Z_n + 2 \cdot Z_{n-1}.$$

- a) Begründe, dass $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Markov-Kette erster Ordnung ist.
- b) Bestimme das zu $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gehörige Markov-Modell (Q, P, π) .
- c) Gib für das Markov-Modell aus b) die stationäre Verteilung an.
- d) Begründe, dass das Markov-Modell aus b) ergodisch ist

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Zeige, dass $\text{MINEGECOVER} \leq_{\text{PTAS}} \text{MINSAT}$. Gib dazu explizit eine PTAS-Reduktion (f, g, α) an und weise die erforderlichen Eigenschaften einer PTAS-Reduktion nach.

MINEGECOVER (MINEC)

Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit $E = \{e_1, \dots, e_m\}$.

Lösung: Eine Teilmenge $E' \subseteq E$ der Kanten, so dass jeder Knoten mindestens ein Endpunkt einer Kante in E' ist, d.h. $\forall v \in V : \exists e \in E' : e \cap \{v\} \neq \emptyset$.

Optimum: Minimiere $|E'|$.

MINSAT

Eingabe: Eine Boolesche Formel F über $V(F) = X$.

Lösung: Eine erfüllende Belegung $B : X \rightarrow \mathbb{B}$, d.h. $B(F) = 1$.

Optimum: Minimiere $\mu(B) = |\{x \in X : B(x) = 1\}|$.

Achtung: Bei MINSAT ist **nicht** die Anzahl erfüllter Klauseln zu minimieren, sondern die Anzahl der auf wahr gesetzten Variablen.