
Algorithmische Bioinformatik: Bäume und Graphen

Abgabetermin: Freitag, den 15. Mai, 09⁰⁰ in Moodle

Definition Eine 0-1-Matrix M besitzt die circular ones property, wenn es eine Permutation der Spalten gibt, so dass in jeder Zeile die Einsen oder die Nullen eine konsequente Folge bilden.

Die Matrix rechts erfüllt die *circular ones property* (bereits ohne Spaltenpermutation).

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1

Sei M eine 0-1-Matrix und M' eine 0-1-Matrix, die aus M wie folgt konstruiert wird: Für jede Zeile, in der in der k -ten Spalte eine 1 steht, werden alle Matrix-Elemente dieser Zeile komplementiert, d.h. aus 0 wird 1 und umgekehrt. Der Wert k ist dabei beliebiger Spaltenindex.

- a) Zeige, dass unabhängig von der Wahl von k die Matrix M genau dann die *circular ones property* besitzt, wenn die Matrix M' die *consecutive ones property* besitzt.
- b) Zeige, wie man in Zeit $O(m + n + \ell)$ entscheiden kann, dass eine 0-1-Matrix mit n Zeilen, m Spalten und ℓ Einsen die *circular ones property* besitzt.

Aufgabe 2

Sei Σ ein endliches Alphabet und T ein echter PQ-Baum über Σ . Beweise, dass es eine Menge $\mathcal{F} \subseteq 2^\Sigma$ von Restriktionen mit $\Pi(\Sigma, \mathcal{F}) = \text{cons}(T)$ gibt.